

Всероссийская олимпиада школьников по информатике
Школьный этап. 2022/2023 учебный год

Время выполнения работы- 45 минут

10-11 классы
(максимум – 100 баллов)

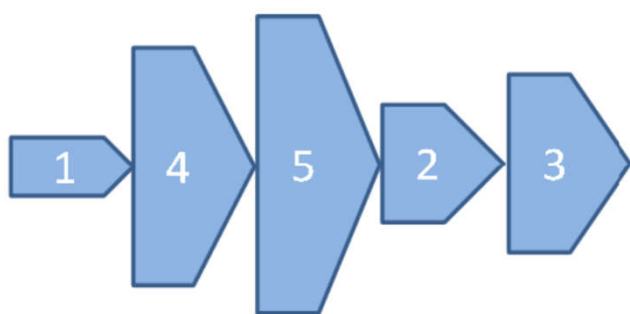
Задача 1. Ракета на старт (10 баллов)

Сергей собирает многоступенчатые ракеты. Для большей точности измерений параметров полета на каждой ступени ракеты он написал её мощность. Но он совершенно забыл, что мощности ступеней любой ракеты должны **строго возрастать**. К примеру, мощности ступеней ракеты могут принимать значения 1 4 7, а 3 2 4 — не могут. Собрать новую ракету Серёжа не хочет, однако он может вытащить некоторые ступени, не меняя порядка оставшихся. К примеру, из ракеты с мощностями ступеней 1 8 3 4 можно получить ракету 1 3 4 (вытащив ступень с мощностью 8), а ракеты 1 4 3 (порядок ступеней с мощностями 4 и 3 был изменен) и 1 8 3 (мощности ступеней не возрастают) получить нельзя. Помогите Сергею вытащить минимальное количество ступеней так, чтобы мощность остальных ступеней **строго возрасла**. У Сергея есть четыре ракеты. В таблице ниже для каждой ракеты приведена последовательность мощностей её ступеней.

Номер ракеты	Последовательность мощностей
1	5 3 4 2 3
2	1 6 3 2 5 8
3	4 6 7 5 6 7 1 2 8
4	2 5 3 5 3 4 7 3 8 4 9 6 7

Ответом на данную задачу являются четыре последовательности целых чисел: каждая из них — это последовательность мощностей оставшихся ступеней соответствующей ракеты. Каждую последовательность записывайте в соответствующей ей строке. Числа в последовательности должны быть разделены пробелом. Каждая последовательность должна **строго возрастать**, а также **иметь как можно большую длину**. Если существует несколько вариантов ответа, можно вывести любой из них. Если вы не можете дать ответ для какой-то из ракет, запишите в качестве ответа для данной ракеты число 0.

Замечание



Рассмотрим пример. Допустим, у какой-то ракеты последовательность ступеней равна 1 4 5 2 3.

Для этой ракеты возможно два варианта ответа. Последовательность чисел в ответе может быть такой: 1 2 3. Или последовательность чисел может быть такой: 1 4 5.

Задача 2. Межпланетные грузовые перевозки (15 баллов)

В последнем обновлении компьютерной игры «Totally Space!» появилась возможность заказывать космические корабли. Каждый корабль характеризуется своей грузоподъемностью. Терминал заказа показывает два числа: количество уже заказанных космических кораблей x и начальную грузоподъемность кораблей y . Также у вас есть k очков опыта, которые вы можете израсходовать следующим образом:

- Заказать новый корабль с грузоподъемностью y . Стоимость операции: 1 очко опыта.
- Увеличить на 1 грузоподъемность всех кораблей, **уже заказанных на данный момент времени**.

Стоимость операции: 1 очко опыта.

Вы захотели потратить все k очков опыта, и вам стало интересно, какова же максимальная масса груза, которую можно перевезти, используя все заказанные корабли. Кроме того, вы, как частый посетитель игры «Totally Space!», еще не раз столкнетесь с данной задачей, поэтому вам предлагается решить её для четырёх разных ситуаций.

Номер ситуации	x	y	k
1	1	1	2
2	3	4	4
3	6	6	7
4	2	8	8

Ответом на данную задачу являются четыре целых числа, перечисленных через пробел: максимальная масса перевозимого груза в первой, второй, третьей и четвертой ситуациях соответственно.

Если вы не можете дать ответ для какой-то ситуации, запишите в качестве ответа для данной ситуации любое число.

Замечание

Рассмотрим пример. Пусть количество уже заказанных кораблей равно 2, и их грузоподъемность равна 1, вам доступно 2 очка опыта. Тогда один из оптимальных вариантов следующий: увеличить количество заказанных кораблей на 1 и потратить одно очко опыта, а затем увеличить грузоподъемность всех заказанных кораблей на 1, потратив еще одно очко опыта. Таким образом, максимальная масса груза, перевозимая данными кораблями, будет равна 6 условных единиц.

Задача 3. Яблочный пирог (15 баллов)

Михаил узнал, что его мама хочет испечь яблочный пирог. Для этого мама приготовила прямоугольную форму размером $n \times m$. Также она взяла специальный круглый нож, чтобы вырезать из яблок заготовки одинаковой формы и размера k . Будучи хорошим математиком, Михаил смог сразу сказать маме, сколько заготовок поместится в один слой в подготовленную форму. После того, как заготовки из яблок поместили в форму, мама Михаила решила поэкспериментировать и добавить к яблокам сливы. Все имеющиеся у них сливы имели одинаковый размер, и каждая из них могла идеально поместиться между четырьмя яблочными заготовками (см. рисунок). Мама попросила Михаила посчитать, сколько же в таком случае потребуется слив, и он сразу ответил на этот вопрос.

Подумайте, какими формулами воспользовался Михаил для подсчета количества заготовок яблок и слив в форме для пирога. Ответом на данную задачу являются две строки, в каждой из которых записано одно выражение. Первое выражение — это формула подсчета количества заготовок яблок, второе — формула подсчета количества заготовок слив. Выражения могут содержать целые числа, переменные n , m и k (записываемые английскими буквами), операции сложения (обозначаются +), вычитания (обозначаются -), умножения (обозначаются *), деления (обозначаются /) и круглые скобки. Запись вида $2n$ для обозначения произведения числа 2 и переменной n некорректна, нужно писать $2 * n$.

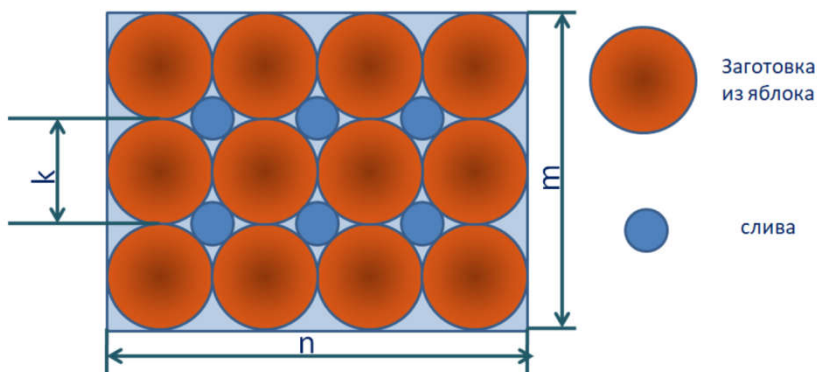
Если вы не знаете какой-то формулы, вместо неё следует написать число «0» (без кавычек).

Пример правильной формы записи ответа:

$$(n + m - 1) * k + n$$

$$(n * 21) - (m + k)$$

Гарантируется, что n , m , k — натуральные числа, n и m делятся на k . Вот так выглядит форма, заполненная двенадцатью заготовками из яблок и шестью сливами



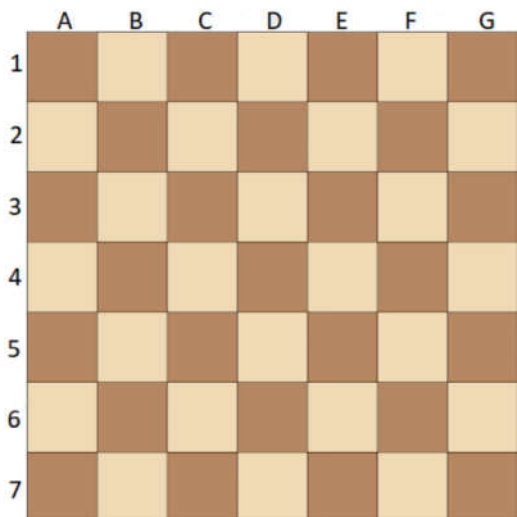
Задача 4. Петя, Ваня и Леон (30 баллов)

В известной игре *Stawl Brars* Пете выпал новый персонаж, которого зовут Леон. У Пети и его друга Вани один аккаунт на двоих, поэтому они решили сыграть в игру и решить, кто первый будет играть за этого персонажа.

Игра проходит на клетчатом поле размера 7×7 (см. рисунок ниже). Игроки ходят по очереди, начинает Петя. За один ход можно сдвинуть Леона либо на одну клетку вверх, либо на одну клетку влево, либо на одну клетку по диагонали вверх-влево. Например, если персонаж находится в клетке $B6$, то его можно передвинуть либо в клетку $A6$, либо в клетку $B5$, либо в $A5$. Выигрывает тот, кто первый поставит Леона в клетку $A1$.

Ребята договорились, что изначально персонаж должен стоять в любой клетке нижней строки. Теперь Петя задумался, сколько существует таких клеток, что если Леон будет стоять в одной из них, то Петя сможет выиграть независимо от действий Вани. Для этого ему нужна ваша помощь: перечислите все клетки на нижней строке, начиная от которых, Петя сможет выиграть независимо от действий противника.

В качестве ответа запишите все выигрышные клетки на нижней горизонтали через пробел. Клетки на нижней строке именовются согласно соответствующим им столбцам. Например, клетка $A7$ будет записана буквой A , а клетка $G7$ — буквой G . Вот так выглядит доска, на которой играют ребята:



Задача 5. “Фишки” – 30 баллов

Тип задачи: *Задача по теории графов*

Два игрока играют в следующую игру. На координатной плоскости стоит фишка. Игроки ходят по очереди. В начале игры фишка находится в точке с координатами $(-1, -2)$. Ход состоит в том, что игрок перемещает фишку из точки с координатами (A, B) в одну из трёх точек: или в точку с координатами $(A-2, B-3)$, или в точку с координатами $(A+2, B+2)$, или в точку с координатами $(A+1, B+4)$. Игра заканчивается, как только расстояние от фишки до начала координат превысит число 6. Выигрывает игрок, который сделал последний ход. Кто выигрывает при безошибочной игре обоих игроков – игрок, делающий первый ход, или игрок, делающий второй ход? Каким должен быть первый ход выигрывающего игрока? Ответ обоснуйте, построив таблицу или дерево игры.